Физика

за софтверско инжењерство

О П Т И К А

–Белешке са предавања–

19. децембар 2018.

1. Основни закони електромагнетске (ЕМ) теорије

- Рад Џејмса Клерка Максвела и открића која су следила крајем XIX века, недвосмислено су потврдили ЕМ природу светлости.
- У оквирима ЕМ теорије простирање светлости се описује сетом Максвелових једначина, које дефинишу међу-утицај између електричног и магнетског поља.

Максвелове једначине

- Ако се посматра најједноставнији случај, а то је простирање светлости кроз вакуум ($\epsilon_r = 1, \mu_r = 1$) у одсуству слободних наелектрисања и проводника, Максвелове једначине гласе:

$$\oint_C \vec{E}d\vec{l} = -\iint_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \qquad \oiint_A \vec{E}d\vec{S} = 0$$

$$\oint_C \vec{B}d\vec{l} = \mu_0\epsilon_0 \iint_A \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{S} \qquad \oiint_A \vec{B}d\vec{S} = 0$$

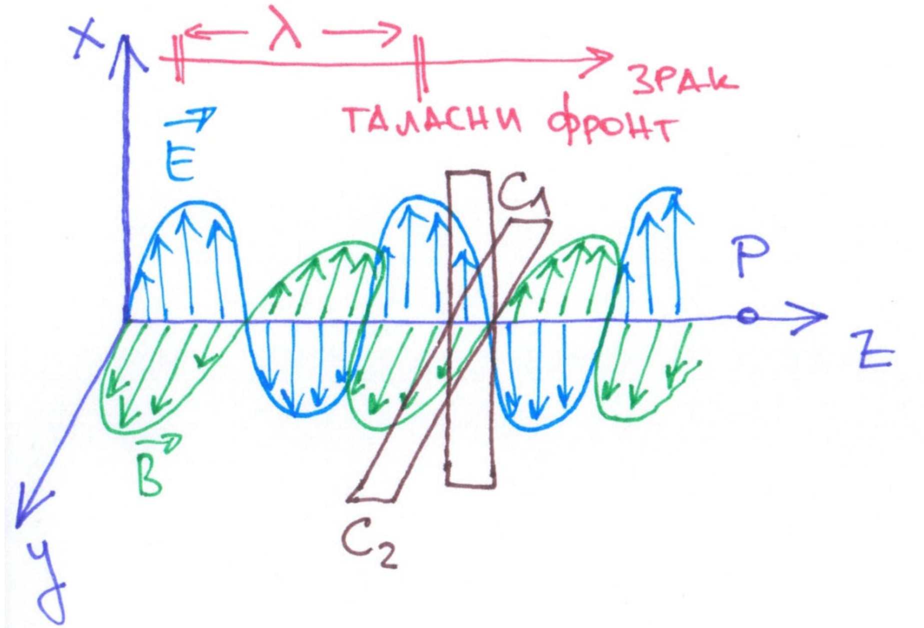
- Овај сет једначина омогућава третирање величанствене појаве:

Инхерентно неодвојиво и међусобно подржавајуће спрегнуто електрично и магнетско поље, простиру се као један ентитет, независно од присуства наелектрисања и струја, кроз празан простор.

⇒ Електромагнетски талас је трансверзалан !!!

2. Таласна једначина за 1Д равански ЕМТ

- Нека се ЕМТ креће у позитивном смеру z-осе према тачки P:



- Електрично и магнетско поље се могу третирати као два аспекта јединственог физичког феномена, ЕМ поља, чији извор је покретно наелектрисање. Повезана у јединствени ентитет, ова поља се регенеришу у бескрајном циклусу.

- Свако од конституентних поља ЕМТ се такође може третирати као талас, па за случај са претходне слике важи:

$$\vec{E} = E_0 \sin(\omega t - k_z z + \varphi)\,\vec{e}_x$$

$$\vec{B} = B_0 \sin(\omega t - k_z z + \varphi)\,\vec{e}_y$$

- Полазећи од Фарадејевог и Амперовог закона могу се извести таласне једначине по електричном и магнетском пољу:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

На основу аналогије са таласном једначином за механичке таласе ⇒ фазна брзина ЕМ таласа: $v_f^2 = \frac{1}{\mu\epsilon} \Rightarrow v_f = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$

3. Транспорт енергије електромагнетског таласа

- Електромагнетски таласи транспортују енергију и импулс.
- Брзина преноса енергије по јединици површине описује се *Поинтинговим вектором* $\vec{S}$, чији интензитет заправо представља интензитет ЕМ поља:

$$\vec{S} = \frac{\text{снага}}{\text{површина}} \cdot \vec{e}_z = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu} \vec{E} \times \vec{B} = v_f^2 \epsilon \, \vec{E} \times \vec{B}$$

$$\vec{S} = v_f^2 \epsilon \, (\vec{E}_0 \times \vec{B}_0) \sin^2(\omega t - kz)$$

→ *Правац и смер Поинтинговог вектора $\vec{S}$ дају правац и смер простирања таласа и преноса енергије.*

→ Интензитет Поинтинговог вектора:

$$S = \left|\vec{S}\right| = \frac{1}{\mu} EB = \frac{1}{\mu v_f} E^2 = v_f \epsilon\, E^2$$

- Средња енергија која се пренесе кроз површину у јединици времена (због велике учестаности $E(z,t)$ се посматра као $\langle E \rangle_T$) назива се *интензитет* или *ирадијанса*:

$$I = \langle S \rangle_T = \frac{1}{2} v_f \epsilon\, E_0^2$$

За немагнетске материјале који су од интереса, важи $\mu = \mu_0 \mu_r \approx \mu_0$, па израз за ирадијансу постаје:

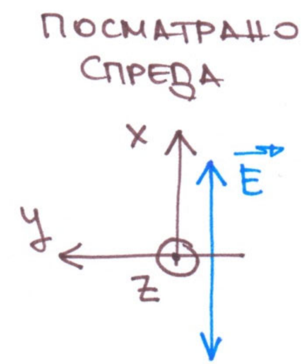
$$\boxed{I = \frac{1}{2} n \epsilon_0 c E_0^2}$$

За вакуум $n \approx 1 \Rightarrow I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2$

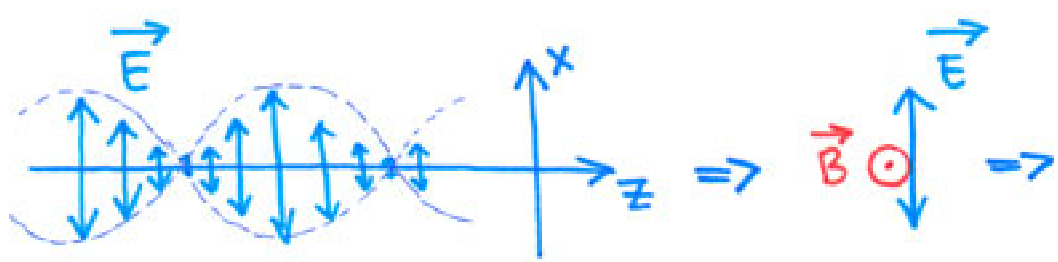
5. Поларизација

- Векторска карактеристика ЕМ поља, уобичајено се дефинише у односу на вектор електричног поља.
- Вектори електричног и магнетског поља у датом тренутку осцилују дуж неког правца, али се приликом простирања таласа тај правац може мењати:

→ *Линеарно поларизована светлост*:



Електрично поље осцилује у једној равни, у сваком тренутку и у свакој тачки кроз коју се простире, дуж истог правца:



Талас линеарно поларизован у произвољном правцу може се представити као суперпозиција два линеарно поларизована таласа са ортогоналним поларизацијама:

$$\vec{E} = \left(E_{0x}\vec{e}_x + E_{0y}\vec{e}_y\right)\sin(\omega t - k_z z)$$

→ *Кружна (циркуларна) поларизација:*

Вектор електричног поља ротира тако да, посматрано из правца простирања таласа, његов врх описује кружницу.
У зависности од смера ротације разликују се *лево* и *десно* циркуларно поларизовани таласи.
Овакви таласи се могу представити преко суперпозиције два линеарно поларизована таласа:

$$\vec{E} = E_0[\cos(\omega t - k_z z)\,\vec{e}_x \pm \sin(\omega t - k_z z)\,\vec{e}_y]$$

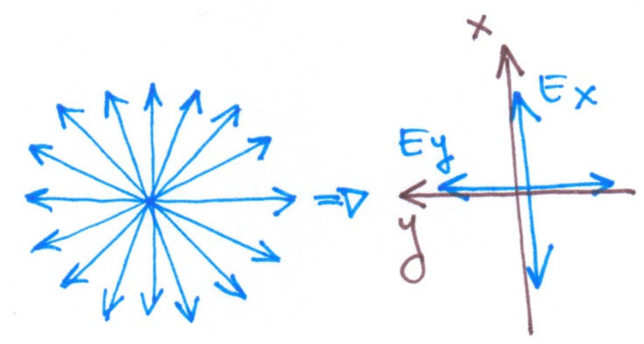
→ *Елиптичка поларизација:*

Вектор електричног поља ротира тако да, посматрано из правца простирања таласа, његов врх описује елипсу (поред правца поларизације, мења се и интензитет вектора).

→ *Природна светлост*:

Линеарна поларизација, са хаотичном променом правца у кратким интервалима. Још се назива и *неполаризована* или *случајно поларизована светлост.*

Неполаризована светлост се може представити као суперпозиција две међусобно управне линеарне поларизације:



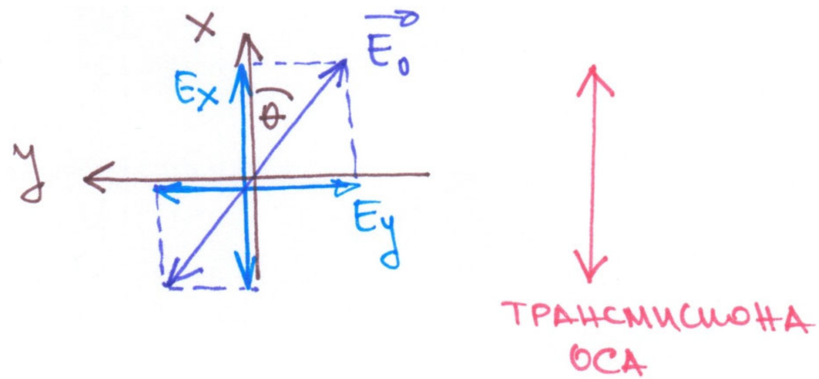
- Неполаризована светлост се може поларизовати пропуштањем кроз оптички елемент који се зове *поларизатор*.
- Механизми поларизације:
  1. селективна апсорпција (поляроид)
  2. поларизација путем рефлексије
  3. поларизација путем расејања
- *Трансмисиона оса* поларизатора је правац дуж ког се вектори електричног поља пропуштају кроз поларизатор ($\vec{E}$ паралелно трансмисионој оси пролази)

Интензитет светлости трансмитоване кроз поларизатор

- Ако на поларизатор наилази природна светлост, она се може представити преко две међусобно нормалне поларизације са погодном оријентацијом.

Нека се једна од конституентних поларизација поклапа са трансмисионом осом. Половина интензитета природне светлости I_0 тада се апсорбује, док се друга половина трансмитује кроз поларизатор, $\boxed{I = I_0/2}$.

- Ако је упадна светлост делимично поларизована (интензитет у једном од ортогоналних праваца је већи него у другом правцу):



$\rightarrow$ $E_x = E_0 \cos\theta$ ће бити трансмитовано, а E_y апсорбовано:

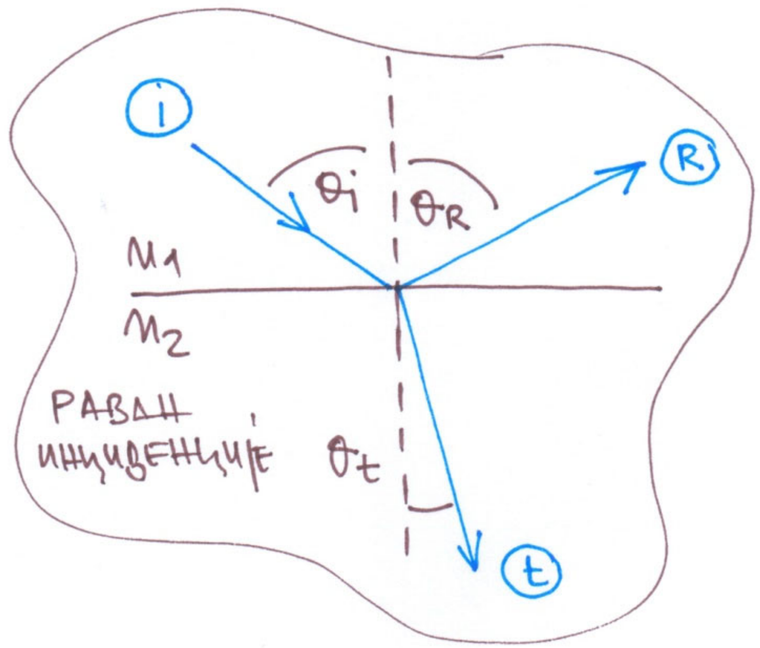
$$I = \frac{1}{2} n\epsilon_0 c E_x^2 = \frac{1}{2} n\epsilon_0 c E_0^2 \cos^2\theta$$

За интензитет трансмитоване светлости се добија: $\boxed{I = I_0 \cos^2\theta}$

Овај израз је познат под називом Малусов закон.

6. Френелови коефицијенти

- Посматрамо наилазак планарног монохроматског неполаризованог таласа на равну раздвојну површину између два диелектрична материјала са индексима преламања $n_i = n_1$ и $n_t = n_2$:



- У општем случају долази до рефлексије и трансмисије које су дефинисане законима рефлексије ($\theta_i = \theta_r$) и трансмисије ($n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$), па се за познато n_1, n_2 и θ_i може одредити θ_t.
- Природну светлост је могуће представити као суперпозицију две међусобно ортогоналне линеарне поларизације:

1. Трансверзална електрична (TE) поларизација

$\vec{E}$ нормално на раван инциденције (вектор магнетског поља у равни инциденције)

$\vec{E}$ $\odot$ или $\otimes$ $\vec{E}$

+

2. Трансверзална магнетска (TM) поларизација

$\vec{H}$ нормално на раван инциденције (вектор електричног поља у равни инциденције)

$\vec{H}$ $\odot$ или $\otimes$ $\vec{H}$

→ Према претходним разматрањима свакој од ове две поларизације припада половина укупног интензитета природне светлости I_0.

- Френелови амплитудски коефицијенти дају однос између амплитуде рефлектоване и инцидентне светлости:

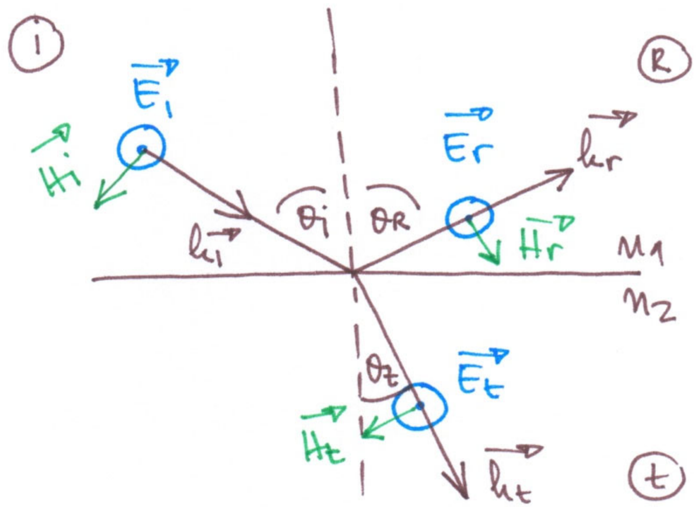
$$\boxed{r = \frac{E_{0r}}{E_{0i}}}$$

и однос између амплитуде трансмитоване и инцидентне светлости:

$$\boxed{t = \frac{E_{0t}}{E_{0i}}}$$

→ Дефинишу се посебно за ТЕ и ТМ поларизацију.

Трансверзална електрична поларизација



Полазећи од граничних услова за тангенцијалне компоненте електричног ($E_{1t} = E_{2t}$) и магнетског поља ($H_{1t} = H_{2t}$) на раздвојној површини (фреквенција при трансмисији се не мења), добијају се релације:

$$E_{0i} + E_{0r} = E_{0t} \Rightarrow 1 + r_{TE} = t_{TE}$$

$$H_{0i}\cos\theta_i - H_{0r}\cos\theta_r = H_{0t}\cos\theta_t \Rightarrow \; 1 - r_{TE} = \frac{n_2}{n_1}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}t_{TE}$$

чијим решавањем се могу одредити непознати Френелови кофицијенти:

$$t_{TE} = \frac{2\sin\theta_t\cos\theta_i}{\sin(\theta_i+\theta_t)} > 0$$

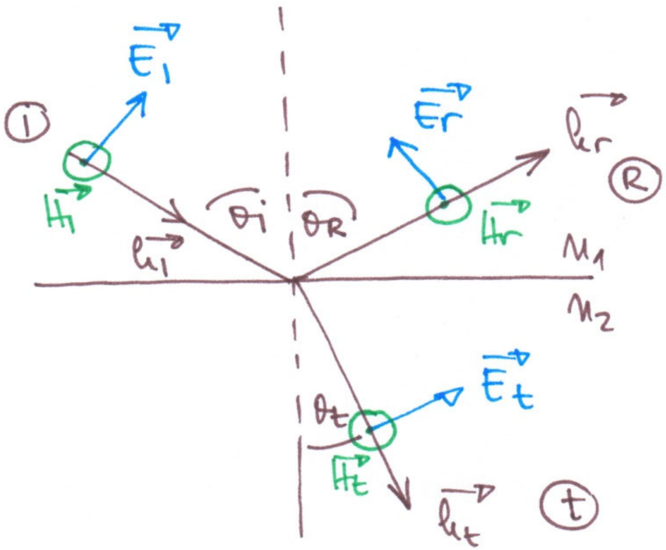
$$r_{TE} = t_{TE} - 1 \Rightarrow r_{TE} = \frac{\sin(\theta_t-\theta_i)}{\sin(\theta_t+\theta_i)}$$

Ако се ограничимо на посматрање нормалне инциденције $\theta_i \approx \theta_t \approx 0$, за амплитудске кофицијенте рефлексије и трансмисије се добија:

$$\boxed{r_{TE} = \frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}}, \quad \boxed{t_{TE} = \frac{2n_1}{n_1+n_2}}$$

→Вредност амплитудског коефицијента рефлексије за ТЕ поларизацију, може бити позитивна или негативна величина ($n_1 < n_2$), док је амплитудски коефицијент трансмисије увек позитивна величина!

Трансверзална магнетска поларизација



Сличним поступком као у претходном случају, добијају се изрази

$$t_{TM} = \frac{2\sin\theta_t \cos\theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)\cos(\theta_i - \theta_t)} > 0$$

$$\Rightarrow r_{TM} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \lesseqgtr 0$$

За нормалну инциденцију:

$$\boxed{r_{TM} = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \lesseqgtr 0\,; \quad t_{TM} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} > 0}$$

→Заправо у случају нормалне инциденције нема разлике између TE и TM поларизације!

Физички смисао негативног коефицијента рефлексије

- Амплитудски коефицијенти трансмисије су увек позитивни, али амплитудски коефицијенти рефлексије могу бити и негативни.

⇒ *негативна вредност је еквивалентна промени фазе за π !!*

$$r < 0 \Rightarrow E_{0r} = -|r|E_{0i}$$

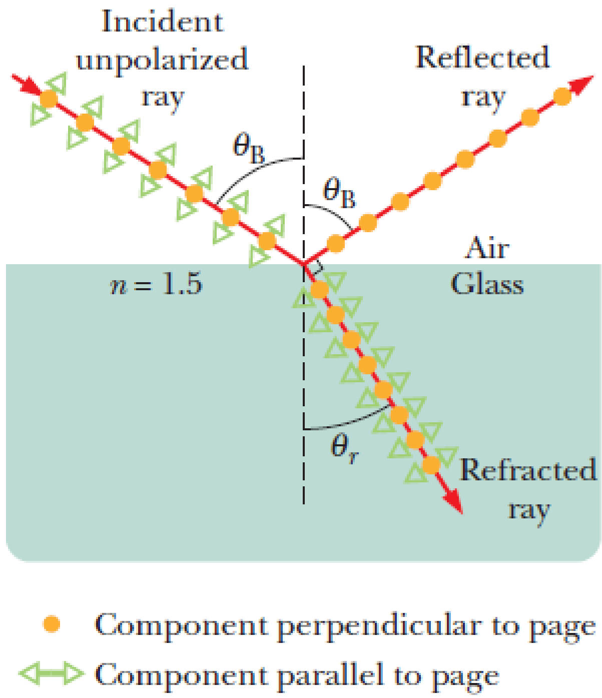
$$E_i = E_{0i}\sin(\omega t - kz)$$

$$E_r = E_{0r}\sin(\omega t - kz) = -|r|E_{0i}\sin(\omega t - kz)$$
$$= |r|E_{0i}\sin(\omega t - kz + \pi)$$

За ТМ поларизацију, при нормалној инциденцији електрична поља су већ претпостављена у контрафази, па се изрази за Френелове коефицијенте за ТЕ и ТМ поларизацију у потпуности поклапају при нормалној инциденцији!

Брустеров угао (механизам поларизације путем рефлексије)

- Упадни угао за који не долази до рефлексије ТМ поларизације:
  → За екстерну рефлексију за $\theta_i = \theta_p \Rightarrow r_{TM} = 0$
  → За интерну рефлексију за $\theta_i = \theta'_p \Rightarrow r_{TM} = 0$



Рефлектована светлост тада има само TE поларизацију

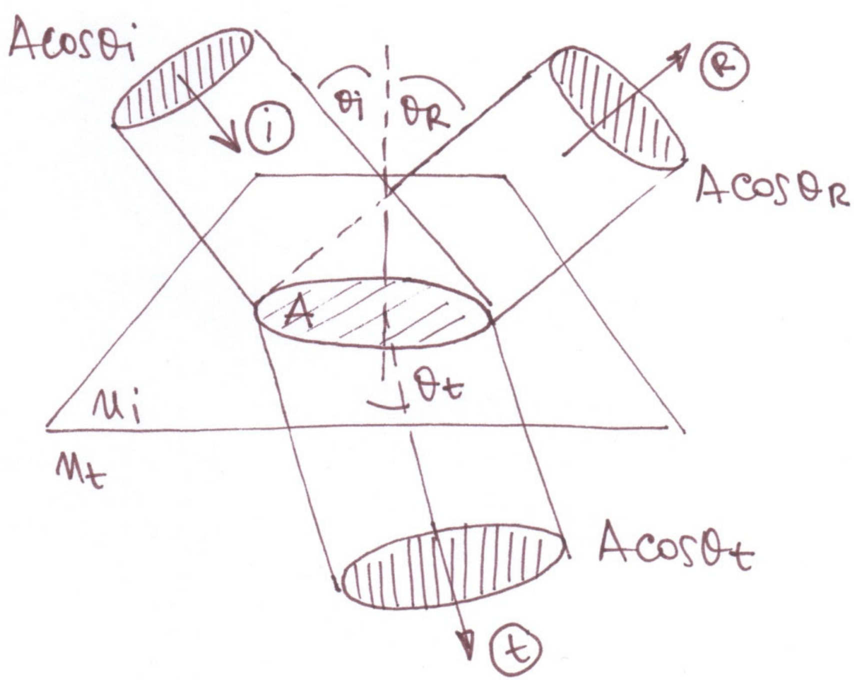
$$\Rightarrow \theta_p + \theta_t = \pi/2$$

$$n_1 \sin\theta_p = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_p\right) = n_2 \cos\theta_p \Rightarrow \boxed{\tan\theta_p = n_2/n_1}$$

7. Коефицијенти рефлексије и трансмисије снаге

- Средња енергија у јединици времена која пролази кроз површину нормалну на правац простирања светлости

$$I = \frac{1}{2} n c \epsilon_0 E_0^2 = \langle S \rangle_T$$



Инцидентни, рефлектовани и трансмитовани интензитет су

$$I = \frac{P}{A_\perp} \Rightarrow$$

$$P_i = I_i A \cos\theta_i$$

$$P_r = I_r A \cos\theta_r$$

$$P_t = I_t A \cos\theta_t$$

- Рефлектанса

$$R = \frac{P_r}{P_i} = \frac{I_r A \cos\theta_r}{I_i A \cos\theta_i} = \frac{I_r}{I_i} = \frac{E_{0r}^2}{E_{0i}^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{R = r^2}$$

- Трансмитанса

$$T = \frac{P_t}{P_i} = \frac{I_t A \cos\theta_t}{I_i A \cos\theta_i} = \frac{n_t E_{0t}^2}{n_i E_{0i}^2}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} \Rightarrow$$

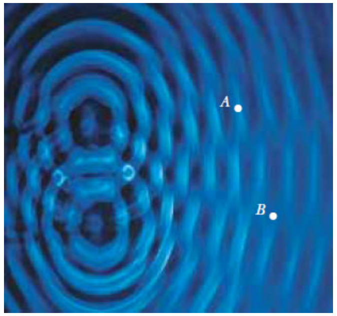
$$T = \frac{n_t}{n_i}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} t^2$$

За нормалну инциденцију:

$$\boxed{T = \frac{n_t}{n_i} t^2}$$

8. Интерференција

- Интерференција је „слагање“ два или више таласа, при чему резултујући интензитет одступа од просте суме појединачних интензитета.
- Према принципу суперпозиције, резултантно електрично поље у тачки простора у којој се 2 или више ЕМ таласа преклапају је векторска сума поља појединачних таласа.
- Феномен интерференције се може уочити и код механичких таласа, примера ради изазваних вибрирајућим изворима на површини воде.



- Да би феномен интерференције могао да се региструје, потребно је да извори буду *кохерентни* (истe фреквенције и константне фазне разлике).

- Посматрамо општи случај, када се у делу простора преклапају два раванска линеарно поларизована таласа $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$.

$$\vec{E}_1(\vec{r},t) = \vec{E}_{01}\cos(\vec{k}_1\vec{r}_1 - \omega t + \varphi_1)$$

$$\vec{E}_2(\vec{r},t) = \vec{E}_{02}\cos(\vec{k}_2\vec{r}_2 - \omega t + \varphi_2)$$

→ Оба таласа имају исту кружну учестаност и таласну дужину (константу простирања), а таласни вектори се разликују (простиру се у произвољним правцима).

Интензитет светлости у некој тачки P:

$$I = \epsilon_0 c\langle\vec{E}^2\rangle_T$$

$$\vec{E}^2 = \vec{E}\cdot\vec{E} = \left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right)\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right) = \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1\vec{E}_2$$

Након усредњавања и множења са $\epsilon_0 c$, добија се:

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + I_{12}}$$

где је

$$I_1 = c\epsilon_0 \langle \vec{E}_1^2 \rangle_T \qquad \text{и} \qquad I_2 = c\epsilon_0 \langle \vec{E}_2^2 \rangle_T$$

а интерференциони члан:

$$I_{12} = 2c\epsilon_0 \langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle_T$$

$$\vec{E}_1 \vec{E}_2 = \vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \left[\cos\left(\vec{k}_1 \vec{r}_1 + \varphi_1\right) \cos \omega t + \sin\left(\vec{k}_1 \vec{r}_1 + \varphi_1\right) \sin \omega t\right]$$
$$\cdot \left[\cos\left(\vec{k}_2 \vec{r}_2 + \varphi_2\right) \cos \omega t + \sin\left(\vec{k}_2 \vec{r}_2 + \varphi_2\right) \sin \omega t\right]$$

Усредњавањем претходног израза (имајући у виду $\langle \cos^2 \omega t \rangle_T = \langle \sin^2 \omega t \rangle_T = \frac{1}{2}$ и $\langle \cos \omega t \sin \omega t \rangle_T = 0$), добија се:

$$I_{12} = 2c\epsilon_0 \frac{1}{2} \vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \cos(\vec{k}_1 \vec{r}_1 + \varphi_1 - \vec{k}_2 \vec{r}_2 - \varphi_2)$$

$$\boxed{I_{12} = c\epsilon_0 \vec{E}_{01}\vec{E}_{02}\cos\delta}$$

где је са δ је означена **укупна фазна разлика** између саставних таласа:

$$\boxed{\delta = \left(\vec{k}_1\vec{r}_1 - \vec{k}_2\vec{r}_2\right) + (\varphi_1 - \varphi_2)}$$

- Специјални случајеви:

1. $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ су линеарно поларизовани, али са међусобно ортогоналним поларизацијама:

$$\vec{E}_{01}\vec{E}_{02} = E_{01}E_{02}\cos\frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow I_{12} = 0 \Rightarrow I = I_1 + I_2$$

→ Нема интерференције

2. $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ су паралелни

$$I_{12} = c\epsilon_0 E_{01}E_{02}\cos\delta = 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

a) Тотална конструктивна интерференција: $\cos\delta = +1$

$$I = I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

b) Конструктивна интерференција: $0 < \cos\delta < 1$

$$I_1 + I_2 < I < I_{max}$$

c) $\delta = \frac{\pi}{2} + m\pi$

$$I = I_1 + I_2$$

d) Деструктивна интерференција: $0 > \cos\delta > -1$

$$I_1 + I_2 > I > I_{min}$$

e) Тотална деструктивна интерференција: $\cos\delta = -1$

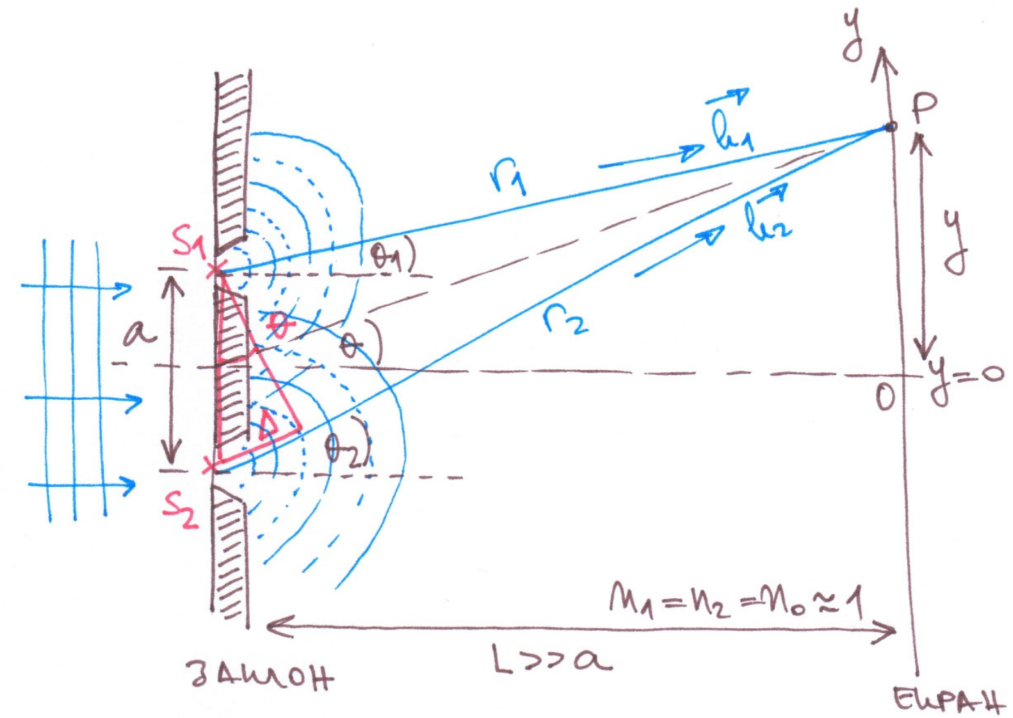
$$I = I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

3. Саставни таласи су паралелни и истог интензитета $\vec{E}_{01} = \vec{E}_{02} \Rightarrow$ $I_1 = I_2 = I_0$

$$I = 2I_0(1 + \cos\delta) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

Јангов експеримент

- Експеримент који је спровео Томас Јанг 1805. године у циљу доказивања таласне природе светлости
- Посматрамо два тачкаста извора S_1 и S_2 која се налазе на растојању a и емитују монохроматске таласе исте фреквенције. Растојање a је много веће од таласне дужине светлости ($a \gg \lambda$). Извори се налазе у хомогеној средини.



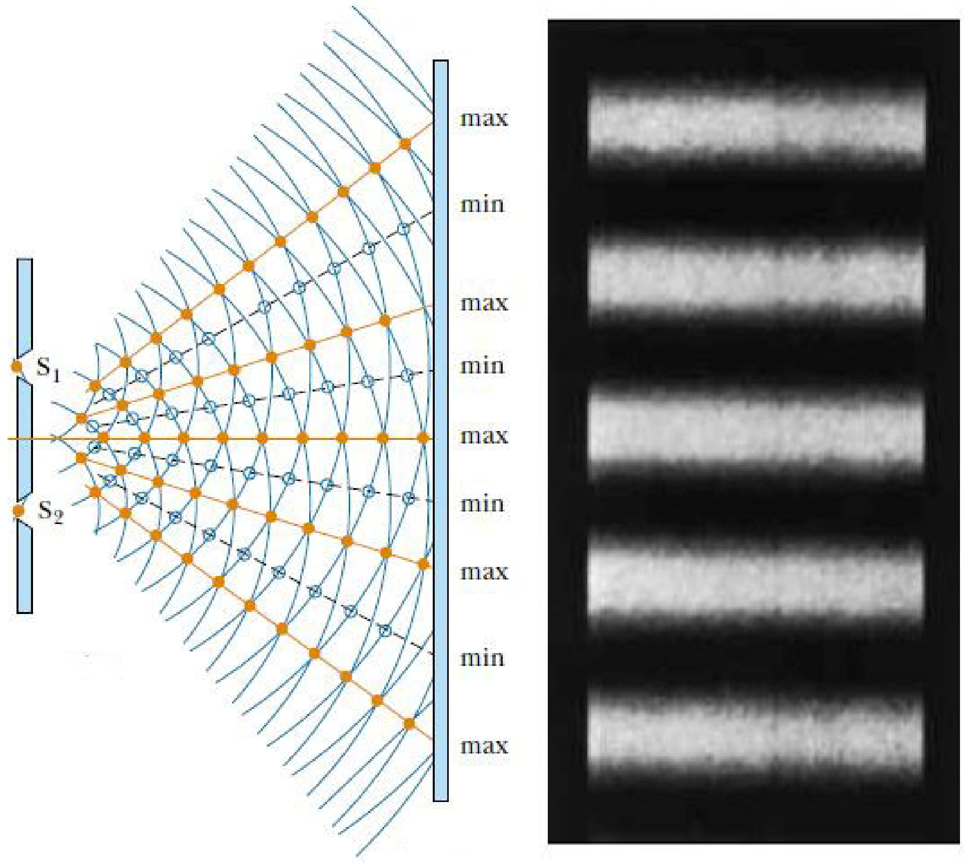
Тражимо расподелу интензитета светлости у тачки P која се налази на екрану постављеном на великом удаљењу од S_1 и S_2 и у близини тачке O која је пројекција средишње тачке између S_1 и S_2 на екран. Тада су углови θ_1 и θ_2 мали углови, важи $\theta_1 \approx \theta_2 \approx \theta$, а таласни фронтови који стижу до екрана су равански.

- Кохерентност се може једноставно остварити ако се користи један тачкасти извор постављен довољно далеко, тако да су таласни фронтови који падају на заклон са два мала отвора практично равански (исто се може постићи постављањем тачкастог извора у жижу предмета конвергентног сочива)

Хајгенсов принцип:

Свака тачка у простору на прогресивно-пропагирајућем таласном фронту може се сматрати извором секундарних сферних таласа исте фреквенције и фазне брзине као примарни талас. У сваком тренутку таласни фронт има облик одређен анвелопом секундарних таласа.

- У простору иза заклона са прорезима долази до прерасподеле оптичке енергије, а на екрану се, као последица ове прерасподеле, формира карактеристична слика коју чине наизменичне светле и тамне пруге.



- За поставку Јанговог експеримента, фазна разлика:

$$\delta = |(\vec{k}_1\vec{r}_1 - \vec{k}_2\vec{r}_2) + (\varphi_1 - \varphi_2)|$$

се може представити у облику:

$$\delta = k_0|n_2 r_2 - n_1 r_1| = \frac{2\pi}{\lambda_0}|r_2 - r_1|$$

При томе, искоришћено је $n_1 = n_2 \approx 1$ (поставка је у ваздуху), као и апроксимација да су таласи практично паралелни ($\vec{k}\vec{r} \approx kr$) и да S_1 и S_2 настају од истог примарног таласа који истовремено побуђује S_1 и S_2 ($\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 0$).

- $L \gg a$ и тачка P се налази у околини тачке $O \Rightarrow$
  - → $r_1 \approx r_2 \approx L$, па се може сматрати $E_{01} \approx E_{02} \approx E_0$
  - → $r_2 - r_1 \approx \Delta = a\sin\theta$ (фаза је осетљивија на разлику!!!)
  - → $\theta \approx 0 \Rightarrow \sin\theta \approx \tan\theta = y/L$

$$\boxed{I = 2I_0(1+\cos\delta) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}a\sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda_0}a\tan\theta \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}a\frac{y}{L}}$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{a}{L}y \Rightarrow \boxed{y = \delta\frac{\lambda_0 L}{2\pi a}}$$

- Тотална конструктивна интерференција (светле пруге)

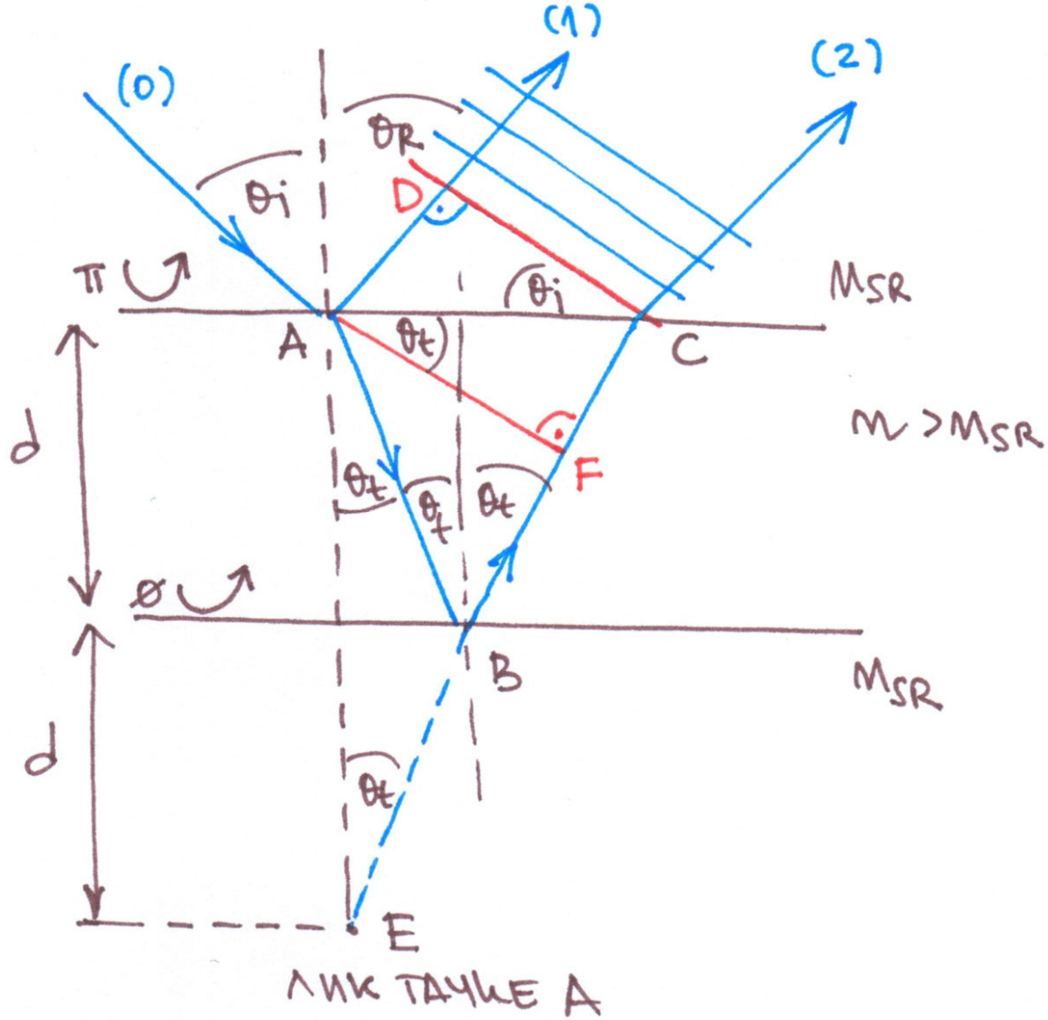
$$y_{max} = y(\delta = 2m\pi) = m\frac{\lambda_0 L}{a}, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$$

- Тотална деструктивна интерференција (тамне пруге)

$$y_{min} = \pm y(\delta = (2m-1)\pi) = \pm(2m-1)\frac{\lambda_0 L}{2a}, \qquad m = 1,2,3 \ldots$$

Интерференција на танким слојевима

- Индекс преламања слоја је n, где је $n > n_{sr}$ а са n_{sr} је означен индекс преламања окружујуће средине. Дебљина слоја је d, а предуслов да дође до интерференције је да ова дебљина буде мала (танак филм), како би се очувала *просторна кохеренција.*
- Иако долази до вишеструких рефлексија, приликом разматрања интерференције на танким филмовима уобичајено се узимају у обзир само прва два таласа, (1) и (2), која настају након једне рефлексије о горњу и једне рефлексије о доњу површину, респективно. Допринос таласа који настају након вишеструких рефлексија се у првој апроксимацији може занемарити.



- Резултујући интензитет у рефлектованој светлости дат је изразом:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

где су са I_1 и I_2 означени интензитети таласа (1) и (2) респективно, док је $2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$ интерференциони члан чија вредност зависи од укупне фазне разлике δ.

- Укупну фазну разлику δ између зрака (1) и зрака (2) одређују путна разлика и фазна разлика:

$$\delta = \left|\frac{2\pi}{\lambda_0}(n_1 r_1 - n_2 r_2) + \Delta\varphi_{21}\right|$$

→ Оптичка путна разлика је последица чињенице да је зрак (2) рефлектован о доњу површину танког филма, па заправо у односу на зрак (1) прелази дужи пут који одговара двоструком проласку кроз танак филм:

$$n_1 r_1 - n_2 r_2 \approx 2nd$$

Претпоставка је да упадни зрак пада под малим углом у односу на нормалу на раздвојну површину са танким филмом

$\Rightarrow \theta_i$ је мали угао, па су и сви остали углови на слици мали!

$\rightarrow$ Фазна разлика $\Delta\varphi_{21}$ је последица чињенице да се зрак (1) рефлектује о оптички гушћу средину, па у односу на инцидентни зрак мења фазу за π (у апроксимацији скоро нормалне инциденције), док зрак (2) задржава исту фазу као инцидентни зрак јер се рефлектује о оптички ређу средину:

$$\Delta\varphi_{21} = \Delta\varphi_{01} - \Delta\varphi_{02} = \pi$$

- У зависности од вредности укупне фазне разлике δ

$$\delta = \left|\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot 2(-nd) + \pi\right| \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot 2nd - \pi}$$

долази до *конструктивне* (за $\delta = 2m\pi$), односно *деструктивне* интерференције (за $\delta = (2m+1)\pi$).

- Пројектовати танки филм значи одредити његову дебљину и/или индекс преламања, тако да за задату таласну дужину обезбеди:

→ *максималну рефлексију*, што захтева да буде испуњен услов конструктивне интерференције:

$$d = (2m+1)\frac{\lambda_0}{4n}, \quad m = 0,1,2,\ldots$$

Танки филмови који обезбеђују максималну рефлексију називају се још и *диелектрична огледала*.

→ *минималну рефлексију*, што захтева да буде испуњен услов деструктивне интерференције:

$$d = m\frac{\lambda_0}{2n}, \quad m = 0,1,2,\ldots$$

Танки филмови који обезбеђују минималну рефлексију називају се *антирефлексиони (АР) филмови*.

Интерференција на мехурићима сапунице. Боје су последица интерференције између светлосних зрака рефлектованих о предњу и задњу површину танког филма од сапунице који формира мехур. Боја зависи од дебљине филма и мења се од црне на местима на којима је филм најтањи, до црвене тамо где је најдебљи.

Боје на перу пауна су такође последица интерференције. Вишеслојна структура пера доводи до конструктивне интерференције за одређене боје, као што су плава и зелена. Боје се мењају када се перо посматра из различитих углова.

Оптичка решетка

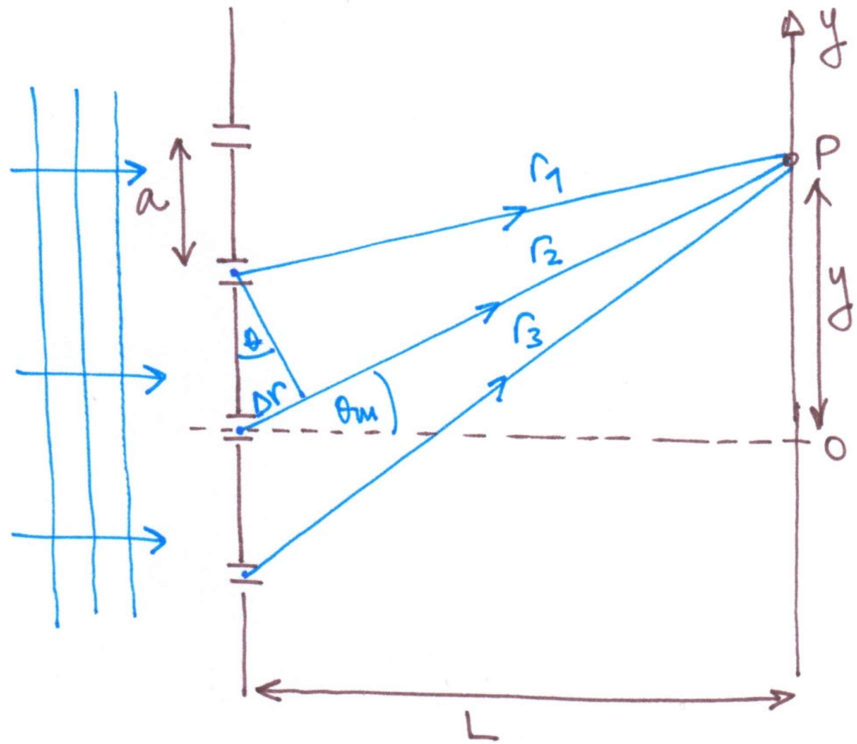
- Феномен интерференције који је Јанг посматрао у експерименту са два прореза, присутан је и уколико је број прореза N већи од два.
- Плочица која садржи велики број N прореза по једном милиметру, зове се *оптичка решетка*.
- У зависности од тога да ли се интерференциона слика формира у трансмитованој или рефлектованој светлости, разликују се:
  1. *Трансмисионе решетке*: на провидну плочицу урезују се линије на једнаким растојањима, тако да плочица постаје непровидна на местима где је урезана линија, односно постоји жљеб.

2. *Рефлексионе решетке*: линије се урезују на површину огледала или глатку металну површину која има високу рефлексивност.

- Велики број зареза на малим међусобним растојањима (око $0.5\ \mu m$) урезан је на површину CD-а, па он представља рефлексиону оптичку решетку. Преливање боје које се види је последица дифракције беле светлости.
- Растојање a између две суседне линије назива се *корак* или *константа решетке*. Корак решетке је једнак реципрочној вредности броја зареза по јединици дужине:

$$a = 1/N.$$

- Посматрамо решетку са кораком a која се осветљава нормално инцидентним раванским монохроматским таласом:



- Путна разлика за два паралелна зрака која полазе са истих позиција у оквиру суседних „отвора“ на решетци:

$$\Delta r = a \cdot \sin \theta_m$$

За екран постављен довољно далеко, у апроксимацији малих углова важи:

$$\sin\theta_m \approx \tan\theta_m = y_m/L$$

Да би био остварен услов конструктивне интерференције потребно је да укупна фазна разлика буде једнака $2m\pi$

$$\delta = k\Delta r + \Delta\varphi = 2m\pi$$

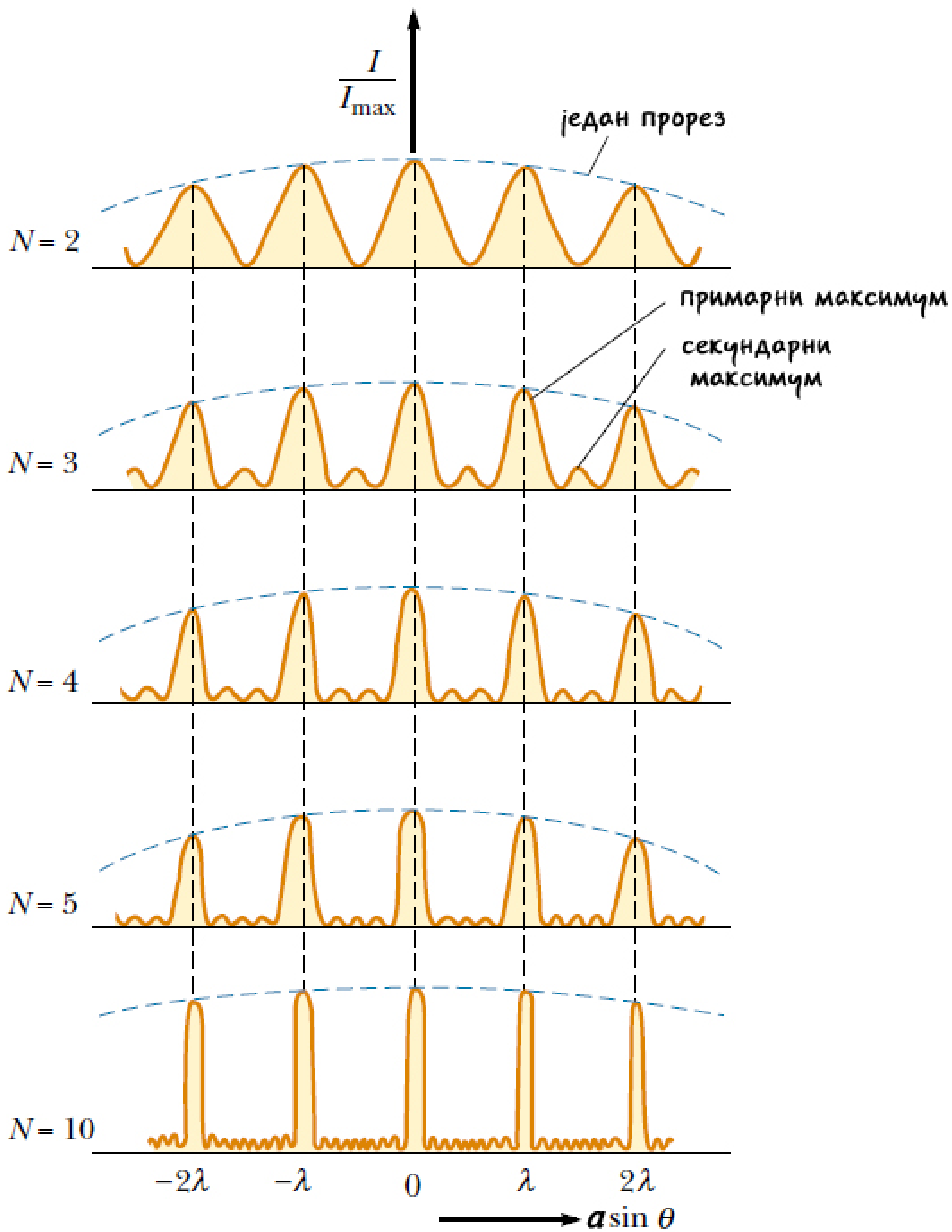
а одговарајућа путна разлика је тада:

$$\Delta r = \frac{2m\pi}{k_0} = \frac{2m\pi}{2\pi}\lambda_0 = m\lambda_0$$

За једначину максимума оптичке решетке добија се:

$$\boxed{a\sin\theta_m = m\cdot\lambda_0}$$

- Како се мења интерференциона слика са повећањем броја зареза на дифракционој решетци?



→ Број прореза N не утиче на положаје примарних максимума

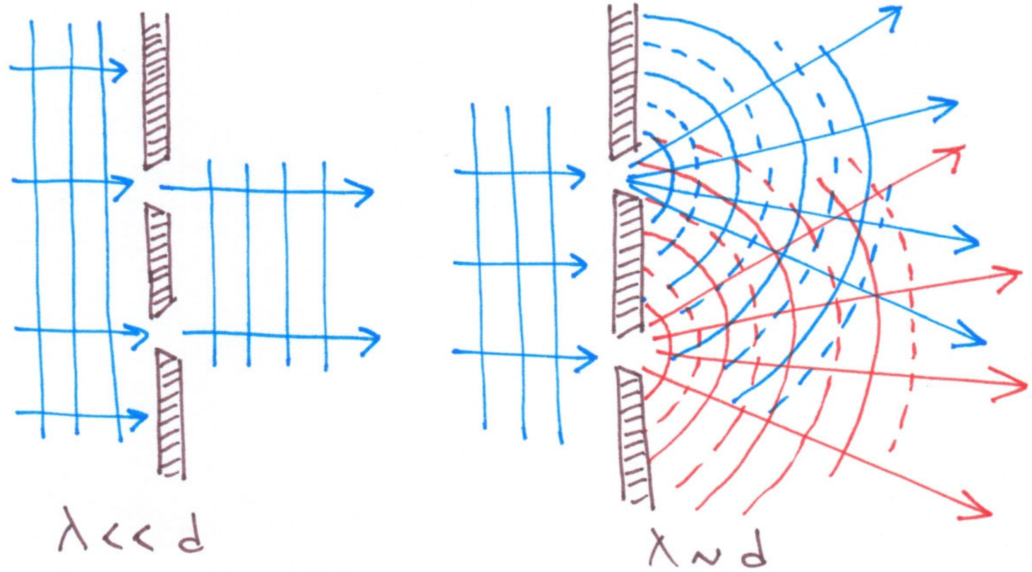
→ Између два суседна примарна максимума налази се $N-2$ секундарних максимума

→ Како број прореза N расте, интензитет секундарних максимума опада

→ Како број прореза N расте тако ширина примарних максимума опада, а њихов интензитет расте ($\sim N^2$)

9. Дифракција

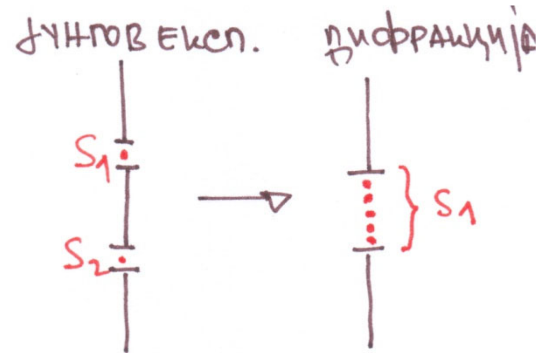
- У оквирима геометријске оптике која претпоставља праволинијско простирање светлости, лако је објаснити формирање сенке иза осветљених предмета. Међутим, ако су димензије посматраних објеката мале (мали отвори, препреке, оштре ивице), а то значи упоредиве са таласном дужином светлости, формирана сенка нема јасно дефинисане ивице, већ се дуж ивице формира интерференциона слика.
- У Јанговом експерименту показано је да долази до одступања од праволинијског простирања. Након проласка кроз мали отвор светлост се простире и у области геометријске сенке (област коју би дефинисали зраци у апроксимацији геометријске оптике)



- И други типови таласа, као што су звучни или таласи на површини воде, такође имају особину да се „шире“ након проласка кроз мали отвор или наиласка на оштру ивицу.
- Овај феномен, познат као *дифракција*, први је уочио Грималди 1666. године, приликом савијања светлости на оштрој ивици.

- У чему је разлика између интерференције и дифракције?

  У основи иста појава коју зовемо интерференција ако је у питању суперпозиција мањег (коначног) броја таласа, а дифракција за већи број таласа који потичу са једног таласног фронта.



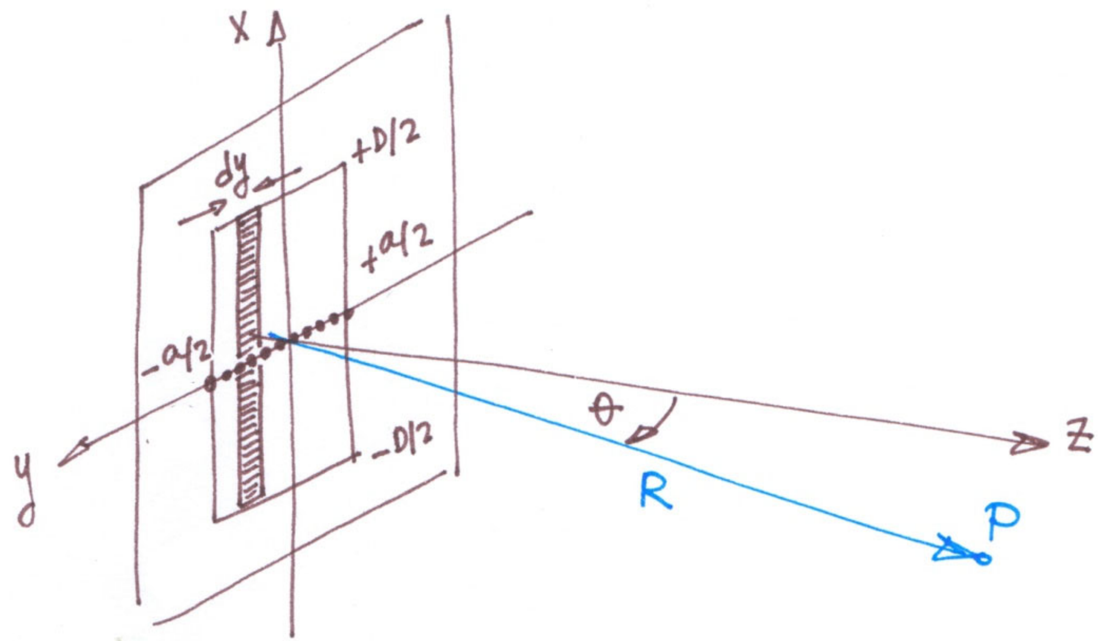
Фраунхоферова дифракција светлости на уском и дугачком прорезу

- Френел је допунио Хајгенсов принцип уводећи феномен интерференције (Хајгенс- Френелов принцип):

  Свака слободна тачка таласног фронта, у датом тренутку, представља извор секундарних сферних таласа исте фреквенције као примарни талас. Амплитуда оптичког поља у свакој наредној тачки је суперпозиција свих секундарних таласа (узимајући у обзир њихове амплитуде и релативне фазе).

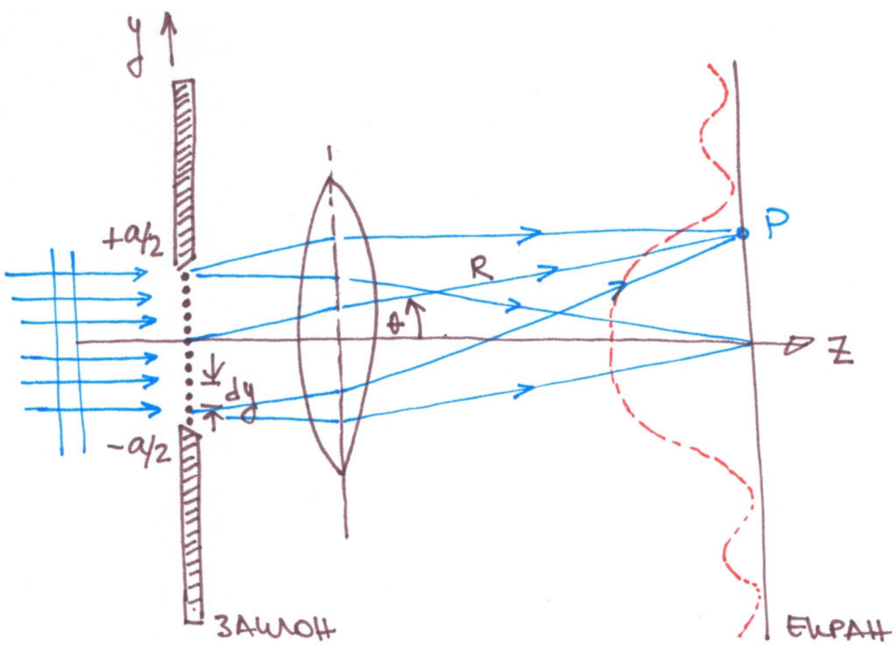
- Осветљавамо узак ($a \sim \lambda$) и дугачак ($D \gg \lambda$) прорез монохроматским кохерентним извором.
- У зависности од конфигурације експерименталне поставке формирају се дифракционе слике различите структуре чији математички третман се разликује у комплексности, па се дифракција може анализирати у две апроксимације:
  1) *Фраунхоферова дифракција*: на преграду са прорезом падају равански таласи и екран на ком се посматра формирана дифракциона слика је довољно далеко од прореза да се може сматрати да до њега стижу равански, скоро паралелни таласи (екран се може вештачки удаљити постављањем сочива).

2) *Френелова дифракција*: Ако се таласни фронтови који падају било на преграду са прорезом било на екран не могу сматрати раванским, математички третман је много компликованији, а дифракциона слика комплекснија.



→ Прорез је дугачак, па су таласни фронтови практично непоремећени у правцу дуж прореза и паралелно са ивицама прореза готово да не долази до дифракције.

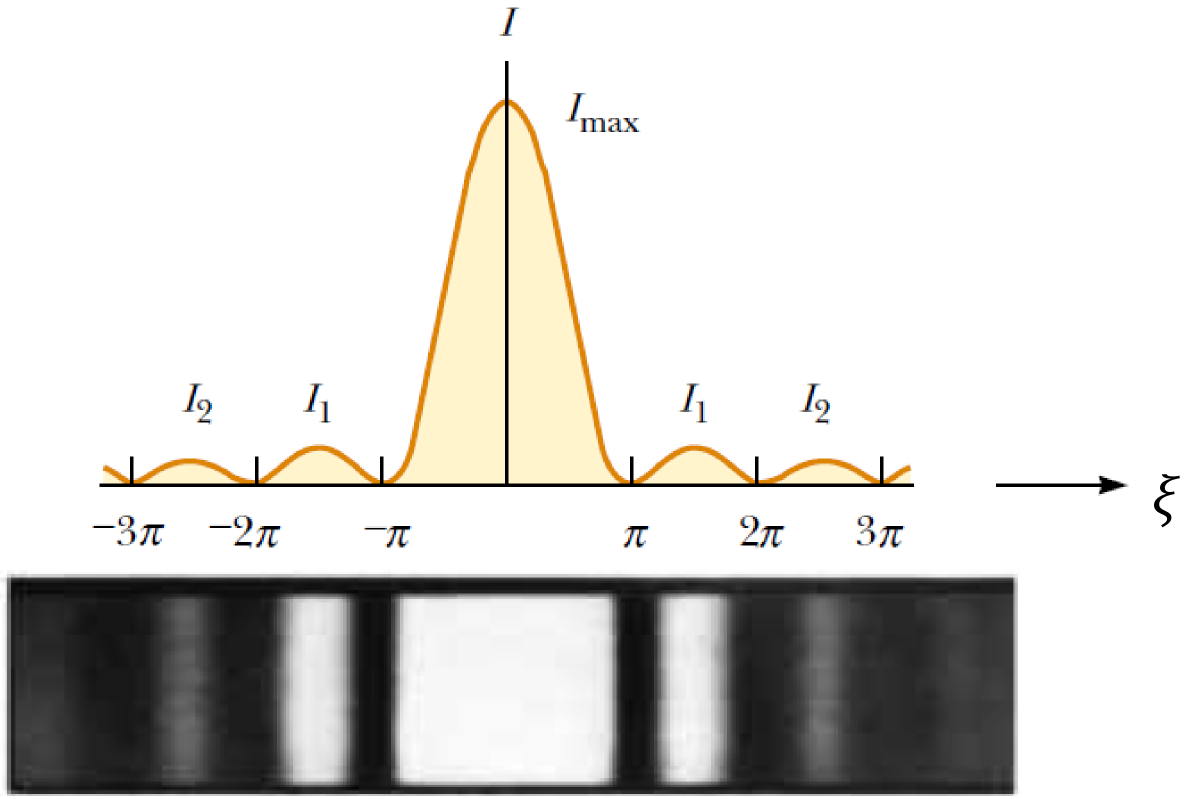
- Проблем се своди на одређивање поља у yz-равни као последице постојања коначног броја тачкастих извора који се простиру по ширини прореза, дуж y-осе.



- Ирадијанса на екрану је одређена изразом:

$$\boxed{I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2 \xi}{\xi^2}}$$

где је θ угао мерен од xz-равни, а $\xi = \frac{ka}{2} \sin \theta$



- Услов дифракционих минимума:

$$I_P = 0 \Rightarrow \sin\xi = 0 \Rightarrow \frac{ka}{2}\sin\theta_m = m\pi \Rightarrow a\sin\theta_m = \frac{2m\pi}{2\pi/\lambda_0}$$

$$\boxed{a\sin\theta_m = m\lambda_0}$$

- Положаји дифракционих минимума:

$$\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{y_m}{L} = \frac{m\lambda_0}{a}$$

$$\boxed{y_m = \frac{L}{a} m\lambda_0}$$

- Услов дифракционих максимума:

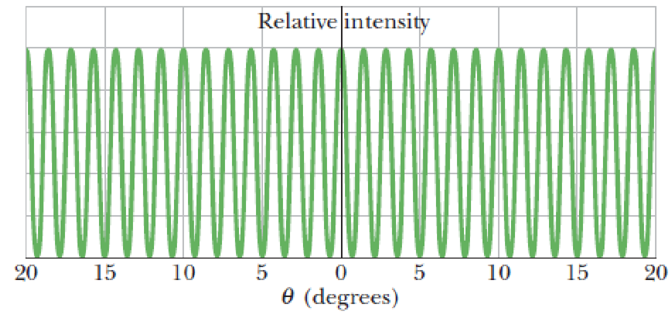
$$\frac{dI_P}{d\xi} = 0 \Rightarrow \tan\xi = \xi \Rightarrow \xi_1 = \pm 1{,}43\,\pi\,;\,\xi_2 = \pm 2{,}459\,\pi$$

Положаји дифракционих максимума (апроксимативни):

$$\boxed{y_{max} = \pm(2m+1)\frac{L\lambda_0}{2a}}$$

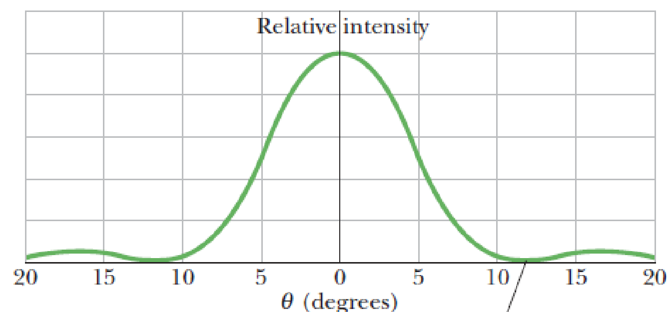
Дифракција на два уска прореза

Очекивана расподела интензитета за Јангов експеримент са бесконачно уским прорезима →



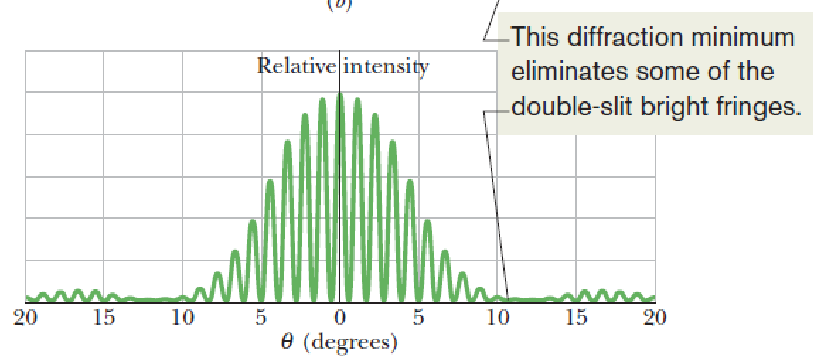
(a)

Очекивана расподела интензитета за дифракцију на прорезу коначне ширине →



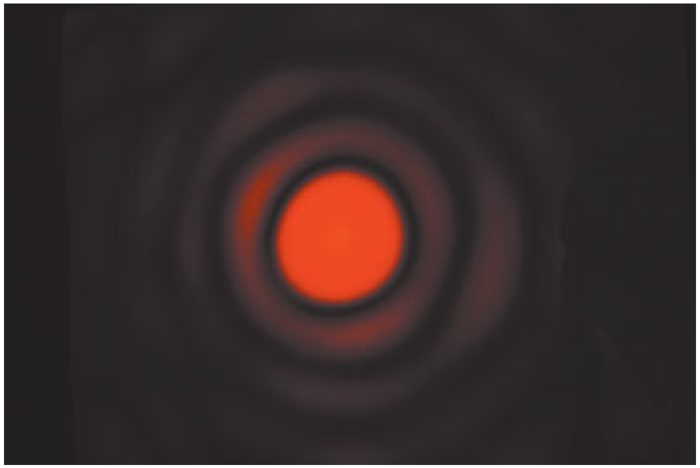
(b)

Очекивана расподела интензитета за дифракцију на два прореза коначне ширине →



(c)

Резолуција



Позиција првог минимума:

$$\sin\theta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{d}$$

→ *Рејлијев критеријум* резолуције:

Централни максимум другог објекта мора бити на растојању већем од првог минимума!